

OLIMPIADE NASIONAL MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PERGURUAN TINGGI 2017
(ONMIPA-PT)

BIDANG MATEMATIKA
22 MARET 2017
WAKTU: 120 MENIT

Kombinatorika

Petunjuk pengerjaan:

1. Tes ini terdiri dari dua bagian. Bagian Pertama terdiri dari 8 soal, sedangkan Bagian Kedua terdiri dari 3 soal.
2. Untuk soal-soal Bagian Pertama, tuliskan hanya jawaban akhir saja pada kotak yang disediakan. Jawaban yang dikehendaki adalah jawaban benar yang terbaik.
3. Untuk soal-soal Bagian Kedua, tuliskan jawaban Anda lengkap dengan argumentasi dan penjelasan.
4. Setiap soal pada Bagian Pertama bernilai 2 angka, sedangkan setiap soal pada Bagian Kedua bernilai 8 angka.
5. Waktu tes adalah waktu total untuk kedua bagian. Selama waktu itu, Anda boleh menyelesaikan soal yang mana pun sesuka Anda.
6. Gunakan pena atau pulpen. Pensil hanya boleh digunakan untuk gambar atau sketsa.
7. Jika tempat yang tersedia tidak mencukupi, gunakan halaman di belakangnya.
8. Bekerjalah dengan cepat, tetapi cermat dan teliti. Anda sama sekali tidak diperkenankan menggunakan penghapus cair.
9. Di akhir tes, kumpulkan berkas soal ini secara utuh.

Nama: _____

Univ./PT: _____

BAGIAN PERTAMA

1. Pada sebuah pesta pernikahan terdapat enam orang (termasuk pengantin) yang hendak berfoto. Banyak cara menata pose foto dalam satu baris dari keenam orang tersebut sedemikian sehingga pengantin berdiri tidak saling berdekatan adalah

2. Sebuah rangkaian digit biner adalah sebuah barisan yang terdiri dari 1 dan 0. Banyaknya rangkaian digit biner yang terdiri atas tepat delapan digit 0 dan tepat sepuluh digit 1 sedemikian sehingga setiap kemunculan digit 0 segera diikuti oleh digit 1 adalah

3. Pada sebuah lemari terdapat 25 helai baju yang terdiri atas 4 ukuran. Lima helai baju berukuran S, 4 helai baju berukuran M, 9 helai baju berukuran L, dan 7 helai baju berukuran XL. Untuk menjamin telah terambil 7 helai baju berukuran sama, maka sedikitnya total helai baju yang harus diambil dari lemari adalah

4. Sebuah keluarga besar beranggotakan 14 orang anak yang terdiri dari dua kelahiran kembar tiga identik, tiga kelahiran kembar dua identik, dan dua anak yang lain. Bila kembar identik tak dapat dibedakan, maka banyak pose foto berdiri dalam satu baris dari 14 orang anak tersebut adalah

5. Solusi dari relasi rekurensi $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ dengan $a_0 = 1$ dan $a_1 = 2$ adalah

6. Banyak cara menugaskan 5 pekerjaan berbeda ke 4 orang pegawai berbeda sedemikian sehingga setiap pegawai ditugaskan ke paling sedikit satu pekerjaan adalah

7. Dalam bentuk yang paling sederhana fungsi pembangkit biasa (*ordinary generating function*), $g(x)$, dari barisan $(0,1,0,1,0,1,\dots)$ adalah

8. Tentukan semua solusi (a, b, c) dari Persamaan Diophantine $2^a + 5^b = c^2$.

Nama: _____

Univ./PT: _____

BAGIAN KEDUA

1. Seorang petinju mempunyai waktu 75 minggu untuk mempertahankan gelar. Untuk itu pelatih menjadwalkan program latihan tanding. Pelatih merencanakan sedikitnya terdapat satu latihan tanding dalam satu minggu, tetapi tidak lebih dari total 125 latihan tanding dalam periode 75 minggu. Perhatikan ada periode waktu yang terdiri atas beberapa minggu berturutan sehingga terdapat tepat 24 latihan tanding dalam periode waktu tersebut.

Nama: _____

Univ./PT: _____

2. Diberikan bilangan bulat $n \geq 5$. Tuliskan sebuah argumentasi kombinatorial untuk memperlihatkan bahwa

$$\binom{2n}{5} = 2\binom{n}{5} + 2n\binom{n}{4} + (n^2 - n)\binom{n}{3}.$$

Nama: _____

Univ./PT: _____

3. Suatu sisi e di graf G dikatakan suatu *cut edge* jika jumlah komponen dari $G \setminus e$ lebih dari jumlah komponen dari G . Buktikan bahwa, suatu sisi e adalah *cut edge* di G jika dan hanya jika e tidak termuat di setiap lingkaran di G .